

Universidad de Santiago de Chile  
Facultad de Ciencia  
Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación.

## LICENCIATURA EN CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN PROGRAMA DE ASIGNATURA

### Álgebra I

Autor: Ricardo Santander B.

Nivel I - TEL : 4-4-0

## I. Objetivos

Al término del curso deberá ser capaz de:

- Comprender y aplicar los conceptos y temáticas estudiados, a fin de completar su formación matemática en la línea de álgebra.
- Integrar los conocimientos adquiridos junto a los de otras asignaturas, con el objeto de aplicarlos en problemáticas propias de la especialidad.

## II. Contenidos

### UNIDAD 0. INTRODUCCION A LA MATEMÁTICA UNIVERSITARIA

#### 0.1. Aritmética

- Números Naturales
- Números Enteros
- Números Racionales
- Números Irracionales

#### 0.2. Algebra

- Expresiones algebraicas
- Suma y producto de expresiones algebraicas
- Productos notables
- Mínimo común múltiplo y máximo común divisor
- División de expresiones algebraicas

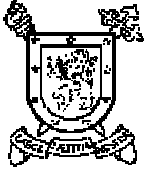
#### 0.3. Ecuaciones

- Ecuaciones de primer grado
- Ecuaciones de segundo grado
- Sistemas de ecuaciones

### UNIDAD 1. MATEMÁTICA BÁSICA y ALGEBRA DE LOS NATURALES

#### 1.1. Introducción a los polinomios

- Exponentes enteros y racionales: Propiedades
- Polinomios una construcción intuitiva



Universidad de Santiago de Chile  
Facultad de Ciencia  
Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación.

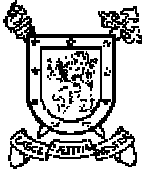
- Grado de un polinomio
- Adición de polinomios
- Producto de polinomios
- División de polinomios Factorización
- Raíces y radicales

## 1.2. **Álgebra de los números naturales.**

- Sucesiones
- Principio de inducción matemática
- Sumatoria y productoria
- Progresiones aritméticas y geométricas
- Teorema del binomio
- Aplicaciones

## 1.3. **Fundamentos de Lógica.**

- Conectivos básicos y tablas de verdad
- Equivalencia lógica: Las leyes de la lógica
- Implicación lógica: Reglas de inferencia
- Uso de cuantificadores



## UNIDAD 2. TRIGONOMETRÍA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA.

### 2.1. Relaciones

- Producto cartesiano: definición y ejemplos
- Clasificación de relaciones (Relaciones de equivalencia; Relaciones de orden)

### 2.2 Funciones

- Definición y ejemplos
- Dominio e imagen (recorrido)
- Gráfico de funciones
- Construcción de funciones
- Álgebra de funciones
- Composición de funciones
- Clasificación cualitativa de funciones

### 2.3. Función lineal.

- Definición y ejemplos
- Estudio de su gráfico
- Aplicación a la geometría analítica
- El plano cartesiano
- Distancia entre puntos del plano
- La función lineal vista como un conjunto de puntos
- Concepto de pertenencia de un punto a la recta
- Definición de pendiente de una recta
- Distancia de un punto a una recta
- Condiciones de paralelismo y perpendicularidad

### 2.4 . 4 Funciones trigonométricas.

- Funciones trigonométricas:
- Definición y ejemplos
- Estudio de sus gráficos
- Identidades fundamentales
- Fórmulas de suma y diferencia de ángulos
- Ecuaciones trigonométricas básicas
- Funciones trigonométricas inversas

### 2.5. Funciones cuadráticas

- Definición y ejemplos
- Estudio de su gráfico
- Aplicación a la geometría analítica
- Lugares geométricos: Parábola, elipse e hipérbola

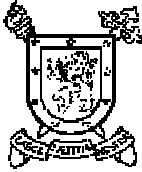
## UNIDAD 3. ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS.

### 3.1. Grupos.

- Grupo de números: enteros; racionales; reales.
- Grupo de: n-uplas ( $R^n$ ); matrices; polinomios

### 3.2. Homomorfismo de grupos.

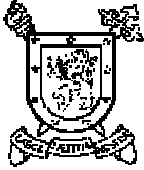
- Ejemplos en  $R^2$ ,  $R^3$ , matrices, polinomios y en  $Z_n$
- Núcleo e imagen de un homomorfismo



- Caracterización de inyectividad y sobreyectividad
- 3.3. Isomorfismo de grupos.**
- Ejemplos especialmente en:  $\mathbb{R}^2$ ,  $\mathbb{R}^3$ , matrices,
  - Polinomios y en  $\mathbb{Z}_n$
- 3.4. Anillos.**
- Definición de anillo
  - Anillo de números enteros
  - Anillo de números racionales
  - Anillo de números reales
- 3.5. Polinomios.**
- Raíces de un polinomio
  - Polinomios irreducibles
  - Fracciones parciales
- 3.6. Matrices.**
- Inversa de una matriz
  - Determinante
  - Construcción usando el método de Laplace
  - Propiedades
  - Inversión de matrices
- 3.7. Cuerpos.**
- Definición
  - Ejemplos clásicos  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$  y  $\mathbb{Z}_n$ , cuando  $n$  es un número primo
  - Ejemplo especial  $\mathbb{C}$ , el cuerpo de números complejos
  - Operatoria y propiedades básicas
  - Forma polar o trigonométrica
  - Raíces de la unidad (Construcción y ejemplos; Interpretación geométrica; Matriz de Fourier)

## **UNIDAD 4. SISTEMAS LINEALES.**

- 4.1. Sistemas de ecuaciones.**
- Definición y ejemplos de sistemas de ecuaciones lineales de orden  $(n \times m)$
- 4.2. Ecuaciones y matrices.**
- Notación matricial de un sistema de ecuaciones lineales
- \* Teorema de Taylor. Series de Taylor y de Mac Laurin.
- 4.3. Soluciones de ecuaciones.**
- Solución matricial de un sistema de ecuaciones
- 4.4. Matrices.**
- Operaciones elementales de matrices
  - Matriz ampliada de un sistema de ecuaciones
  - Matriz escala reducida por filas
  - Rango de una matriz
  - Teorema del rango (solución de un sistema de ecuaciones lineales)
  - Método de Gauss
  - Problemas de Aplicación



## **UNIDAD 5. TRANSFORMACIONES LINEALES.**

### **5.1. Espacios vectoriales.**

- Definición y ejemplos
- Subespacios
- Generadores de un espacio vectorial
- Base y Dimensión
- Espacio coordinado

### **5.2. Espacios con producto interno.**

- Definición y ejemplos
- Concepto de vectores ortogonales
- Coeficientes de Fourier
- Bases ortogonales
- Proceso de ortogonalización de Gram Schmidt
- Bases ortonormales
- Norma inducida por el producto interno
- Proyección ortogonal
- Distancia de un vector a un subespacio
- Complemento ortogonal

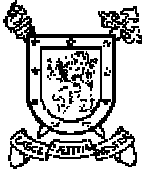
### **5.3. Transformaciones Lineales.**

- Definición de una transformación lineal
- Construcción y ejemplos de transformaciones lineales
- Núcleo e Imagen de una transformación lineal
- Teorema de la dimensión
- Clasificación de espacios vectoriales (Isomorfismos)
- Representación matricial de una transformación lineal
- Valores y vectores propios
- Criterios básicos de diagonalización

## **UNIDAD 6. ALGEBRA DISCRETA.**

### **6.1. Los números enteros.**

- Algoritmo de la división
- Máximo común divisor
- Propiedades básicas de los números primos
- Teorema fundamental de la aritmética
- Los enteros módulo  $n$
- Estructuras cocientes
- Cuerpos finitos



### III. Metodología

El curso se desarrollará preferentemente en base clases expositivas y actividades de ejercicio, a realizarse en clases colectiva o individualmente.

Conforme a disponibilidad y pertinencia, algunas sesiones presenciales podrán apoyarse en presentaciones multimediales.

Las presentaciones, trabajos y eventualmente, parte del material bibliográfico deberán estar disponibles a través de Internet.

### IV. Evaluación

Se efectuarán cinco (5) pruebas escritas durante el año:

PRIMER SEMESTRE LECTIVO: PEP1 (Coeficiente 1)  
PEP2 (Coeficiente 1)  
PAS (Coeficiente 2)

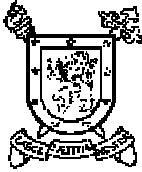
SEGUNDO SEMESTRE LECTIVO : PEP3 (Coeficiente 2)  
PEP4 (Coeficiente 2)

PEP = Prueba Escrita Programada.  
PAS = Prueba Acumulativa Semestral.

Podrán programarse otras evaluaciones tales como controles o tareas.

- Al final del segundo semestre lectivo habrá un examen escrito final que incluirá todos los contenidos del año y que puede ser rendido en dos oportunidades (EX1, EX2) de acuerdo a parámetros definidos más adelante.
- La calificación será de 1 a 7 (las notas se expresarán con un decimal aproximando la centésima a la décima más cercana, considerando que 0,05 sube a 0,1).
- La ausencia a cualquiera de las evaluaciones será calificada con nota 1.
- En caso que un alumno haya faltado a una prueba con justificación certificada por los servicios autorizados de la Universidad (centro de salud, bienestar estudiantil) y que exprese por escrito su deseo de recuperar dicha calificación, ésta se realizará pasando directamente al examen de primera instancia EX1 . La nota de dicho examen, será también la calificación de la evaluación faltante. No se programará la recuperación de ninguna prueba.
- En caso de tener otras evaluaciones como por ejemplo controles, en cada nota N1 a N4, la PEP corresponderá al 80% y la nota promedio de controles PC al 20% . Así :

$$N_i = 0,80 \text{ PEP}_i + 0,20 \text{ P.C}_i \quad i = 1,2,3,4$$



- f) Para conocer si un alumno tiene la calidad de eximido debe calcular su Promedio Aritmético Ponderado

$$(1/8) \{ N1 + N2 + 2(N3 + N4 + PAS) \}$$

y el alumno se podrá eximir del examen final siempre que cumpla:

- i) Tener una asistencia a clases mayor o igual al 75% ,
- ii) Promedio aritmético ponderado mayor o igual a 4,5.
- iii) Nota N4 igual a 4,0 o superior.

En caso de eximición la nota final (NT) se calculará con el promedio de las cinco mejores notas.

En caso de no poderse eximir, para calcular su nota de presentación a examen (NP) todo alumno tendrá derecho a eliminar una PEP del primer semestre y una PEP del segundo semestre . La PAS no se elimina.

- g) Para rendir examen, el alumno deberá tener nota de presentación NP igual o superior a tres (3). El alumno reprobará la asignatura sin derecho a examen si NP es menor que 3,0.
- h) La nota final NT, para aquellos alumnos que deban rendir examen en primera instancia, se calculará de acuerdo a la siguiente fórmula donde NE es la nota obtenida en el examen:

$$NT = 0,6 \cdot NP + 0,4 \cdot NE$$

Si la nota final NT es inferior a cuatro (4) deberá rendir el examen de segunda oportunidad.

## V. Bibliografía

1. 1.Bello, I. “ Álgebra Elemental ”, Brooks/Cole Publishing Company 1999
2. 2. Billeke, J. Bobadilla, G. " Cálculo 1 ", Facultad de Ciencia, Universidad de Santiago 1999
3. 3. Biswa Nath Datta, " Numerical Linear Algebra and Applications ", Brooks/Cole Publishing Company. 1995
4. 4. Grimaldi, R. " Matemáticas Discretas y Combinatorias ", Addison Wesley 1997
5. 5. Grossman, S. Álgebra lineal, Mc Graw Hill 1997
6. 7. Kaufmann, J. “ Álgebra Intermedia “, Brooks/Cole Publishing Company 2000
7. 8. Kolman, B. Álgebra lineal con Aplicaciones y Matlab, Prentice Hall 1999
8. 10. Swokowski, E. “ Álgebra y trigonometría “, Brooks/Cole Publishing Company 1997.
9. 11. Zill, D. “ Álgebra y trigonometría “, Mc Graw Hill 1999